

Incremental Computation Technique for Residual Stress Calculations Using the Integral Method

G. S. Schajer
T. J. Rickert

The integral method for determining residual stresses involves making surface deformation measurements within a sequence of small increments of material removal depth. Typically, the associated matrix equation for solving the residual stresses within each depth increment is ill-conditioned. The resulting error sensitivity of the residual stress evaluation makes it essential that data measurement errors are minimized and that the residual stress solution method be as stable as possible. These two issues are addressed in this paper. The proposed method involves using incremental deformation data instead of the total deformation data that are conventionally used. The technique is illustrated using an example ESPI hole-drilling measurement.



РАСЧЕТ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПРИРАЩЕНИЯХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНТЕГРАЛЬНОГО МЕТОДА*

Введение

Методы измерения распределения остаточных напряжений по толщине в материалах обычно включают пошаговые измерения деформации поверхности по мере постепенного удаления напряженного материала [1]. Примерами таких методов являются сверление отверстий или кольцевых проточек [2, 3], нарезка канавок [4, 5] и послойное удаление материала [6, 7]. Оценка распределения напряжений по глубине по измеренной деформации требует решения обратного уравнения [8]. Известно, что такие расчеты плохо обусловлены и приводят к усилению незначительных погрешностей измерения до значительно больших ошибок в оценке напряжений. Эта нарастающая ошибка пересчета ставит жесткие требования к качеству измерительной техники, чтобы гарантировать, что ошибки оценки напряжения остаются в допустимых пределах. Необходимо так-

же соблюдать осторожность в отношении математического метода, используемого для оценки распределения остаточных напряжений на основании измеренных данных. Были разработаны численные методы для уменьшения влияния погрешностей измерения путем усреднения данных [9] и регуляризации [10].

В настоящей статье описан метод, который может улучшить качество измерений и помочь стабилизировать расчет остаточных напряжений. Согласно существующей практике, данные о деформации, измеренные на каждом шаге во время постепенного процесса удаления материала, соотносятся с начальным (до начала удаления материала) состоянием. Предлагаемая процедура является альтернативой вычислительному подходу, поскольку на каждом этапе удаления материала деформации оцениваются с точки зрения изменения напряжения. При использовании оптических методов, таких как ESPI [11–13] или интерферометрия муаровых полос [14–16], или сравнение цифровых изображений (Digital Image Correlation = DIC) [17, 18], это изменение уменьшает интервал времени между парными наборами изображений, тем самым уменьшая дрейф, улучшая оптическую корреляцию и повышая качество изображения. С математической точки зрения переход к использованию данных о приращениях приводит к необходимости решения лучше обусловленной системы уравнений, поскольку они становятся в большей степени диагонально доминирующими [19]. В качестве примера, иллюстрирующего

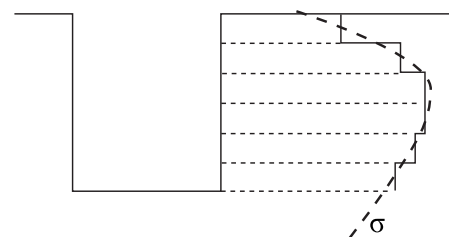


Рис. 1. Сечение отверстия, просверленного в материале с изменяющимися по глубине остаточными напряжениями

предлагаемый способ, используется измерение остаточного напряжения методом сверления отверстия в сочетании с ESPI.

Теория

Для краткости изложения теория будет представлена на конкретном примере сверления отверстия в сочетании с ESPI. Однако представленные идеи в равной степени относятся к другим методам последовательного удаления материала для измерения остаточных напряжений, таким как нарезание кольцевых проточек и канавок и послойное удаление материала, а также другим методам измерения деформации, таким как интерферометрия муаровых полос.

На рис. 1 показано сечение отверстия, просверленного в материале, содержащем двумерные остаточные напряжения. Эти напряжения плавно меняются по глубине от поверхности образца, что отмечено на рисунке пунктирной линией, но при использовании интегрального метода напряжения считаются изменяющимися дискретно, что также отмечено на

Шайер Гари С.

Факультет машиностроения (Mechanical Engineering) Университета Британской Колумбии (University of British Columbia).



Рикерт Тео Дж.

American Stress Technologies Inc., г. Чесвик (Cheswick, PA).

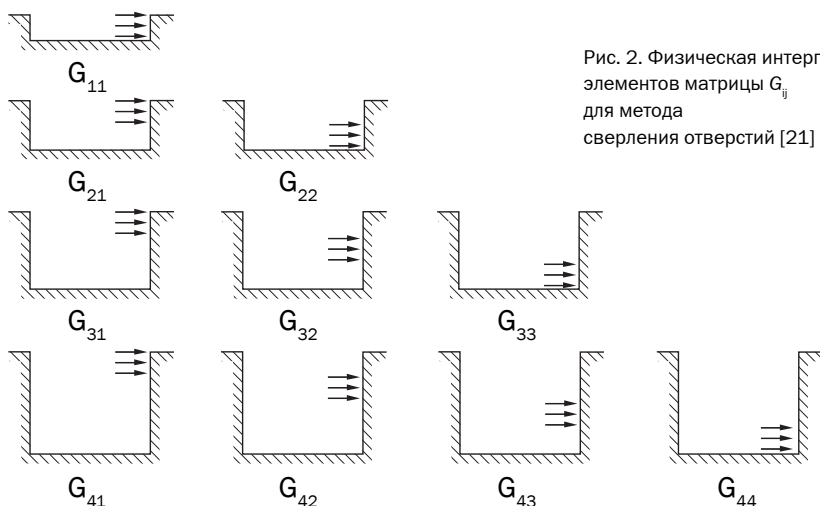


Рис. 2. Физическая интерпретация элементов матрицы G_{ij} для метода сверления отверстий [21]

рисунке. Величина разрыва (ступеньки) напряжения соответствует глубине шага сверления отверстия, используемого при измерении остаточного напряжения методом сверления. Метод измерения ESPI предполагает получение базового набора смещенных по фазе изображений поверхности образца вокруг отверстия до начала сверления, а затем получение изображений после каждого последовательного увеличения глубины отверстия [20]. Согласно традиционной технологии изображения, полученные после каждого приращения глубины отверстия, сравниваются с базовым набором, из этого сравнения определяется общая деформация поверхности образца вокруг отверстия. Отношения между измеряемой деформацией f , определяемой после каждого шага, и напряжением σ в пределах каждого шага могут быть выражены в виде матричного уравнения [21]:

$$G \times \sigma = f, \quad (1)$$

где G представляет собой матрицу, а f и σ являются векторами. Элемент матрицы G_{ij} представляет собой общую деформацию поверхности, измеренную после приращения глубины отверстия i и вызванную приростом напряжения на величину j . Рис. 2 иллюстрирует это представление. Уравнение (1) показывает, что общая деформация измеряется после приращения глубины отверстия i как сумма результатов влияния напряжений за время всех приращений глубины отверстия $1 < j < i$. Чувствительность к напряжениям, существующим в слоях ниже дна отверстия, отсутствует, следовательно, матрица G является нижней треугольной.

В случае измерения деформации с помощью тензодатчиков элементы матрицы G являются одиночными числами, представляющими отношение между измеряемой деформацией и внутренними напряжениями [21]. Для измерения

деформации методом ESPI каждый элемент измеренного вектора деформации f представляет n измеренных точек поверхности вокруг отверстия, где n — большое число, как правило, тысячи или даже миллионы точек. Этот избыток данных делает уравнение (1) переопределенным. Матрица G является блочно-треугольной, каждый блок содержит n строк. В этом случае уравнение может быть решено методом наименьших квадратов с помощью [19, 22]:

$$G^T G \times \sigma = G^T f. \quad (2)$$

Оценка остаточного напряжения включает в себя вычисление матрицы G с использованием, как правило, метода конечных элементов [21], измерения величины деформации f , а затем решение уравнения (2) для определения напряжений σ . Уравнение (3) иллюстрирует характер матрицы G с использованием обычных цифровых значений от тензометрических измерений [21]. Тензометрические измерения были выбраны для этого примера для простоты, потому что каждый тензодатчик дает одно значение напряжения в каждой позиции матрицы, а не n строк. (3)

$$G = \begin{pmatrix} -0,0490 & & & & & & \\ -0,0671 & -0,0399 & & & & & \\ -0,0754 & -0,0507 & -0,0242 & & & & \\ -0,0792 & -0,0547 & -0,0305 & -0,0116 & & & \\ -0,0810 & -0,0563 & -0,0325 & -0,0151 & -0,0037 & & \end{pmatrix}$$

Отрицательные значения матричных элементов в (3) возникают из-за того, что сверление отверстия представляет собой процесс снятия напряжения, а не приложения. Наименьшие элементы матрицы G лежат по диагонали, что математически нежелательно, поскольку это дает малую величину определителя, в результате чего матрица является недостаточно обусловленной [14]. Уменьшение диагональных элементов G матрицы идет вниз, отражая быстро убывающую чувствительность

смещения поверхности к влиянию остаточных напряжений на больших глубинах от поверхности образца. Таким образом, матрица становится хуже обусловленной по мере того, как отверстие становится глубже. Такое поведение математически отражает снижение физической зависимости деформации поверхности от напряжений на больших глубинах.

Уравнение (1) можно переформулировать в терминах приращения деформации d , каковое происходит в пределах каждого приращения глубины отверстия, где $d_i = f_i - f_{i-1}$, для $2 \leq i \leq j$.

$$D \times \sigma = d, \quad (4)$$

Для размещения изменений на правой стороне матрица G должна быть выражена в разностной форме. Каждая строка матрицы приращений D равна соответствующему ряду G минус предыдущий ряд. В исключительных случаях первые строки идентичны. Например, для матрицы G (3) соответствующими значениями в матрице D будут: (5)

$$D = \begin{pmatrix} -0,0490 & & & & & & \\ -0,0181 & -0,0399 & & & & & \\ -0,0083 & -0,0108 & -0,0242 & & & & \\ -0,0038 & -0,0040 & -0,0063 & -0,0116 & & & \\ -0,0018 & -0,0016 & -0,0020 & -0,0035 & -0,0037 & & \end{pmatrix}$$

Матрица D является диагонально доминирующей, и, соответственно, гораздо лучше обусловленной, чем матрица G . Таким образом, она, как ожидается, будет гораздо менее склонной к ошибке усиления. В случае тензодатчиков, где матрицы G и D являются квадратными, уравнения (1) и (4) являются просто линейными вариантами одного и того же уравнения, и таким образом они дают одинаковые решения.

Тем не менее, для переопределенных решений на основе вычислений методом наименьших квадратов, таких как уравнение (2), будут достигнуты значительно различающиеся результаты. В этом случае данные, связанные с наибольшими элементами матрицы, как правило, имеют больший вес.

Использование метода наименьших квадратов для расчета матрицы D по уравнению (6) дает более стабильный результат, чем с матрицей G в уравнении (2), поскольку наибольшие элементы матрицы лежат по диагонали.

$$D^T D \times \sigma = D^T d. \quad (6)$$

ESPI измерения

На рис. 3 схематически показано устройство используемой здесь в качестве примера установки для измерения остаточного напряжения методом

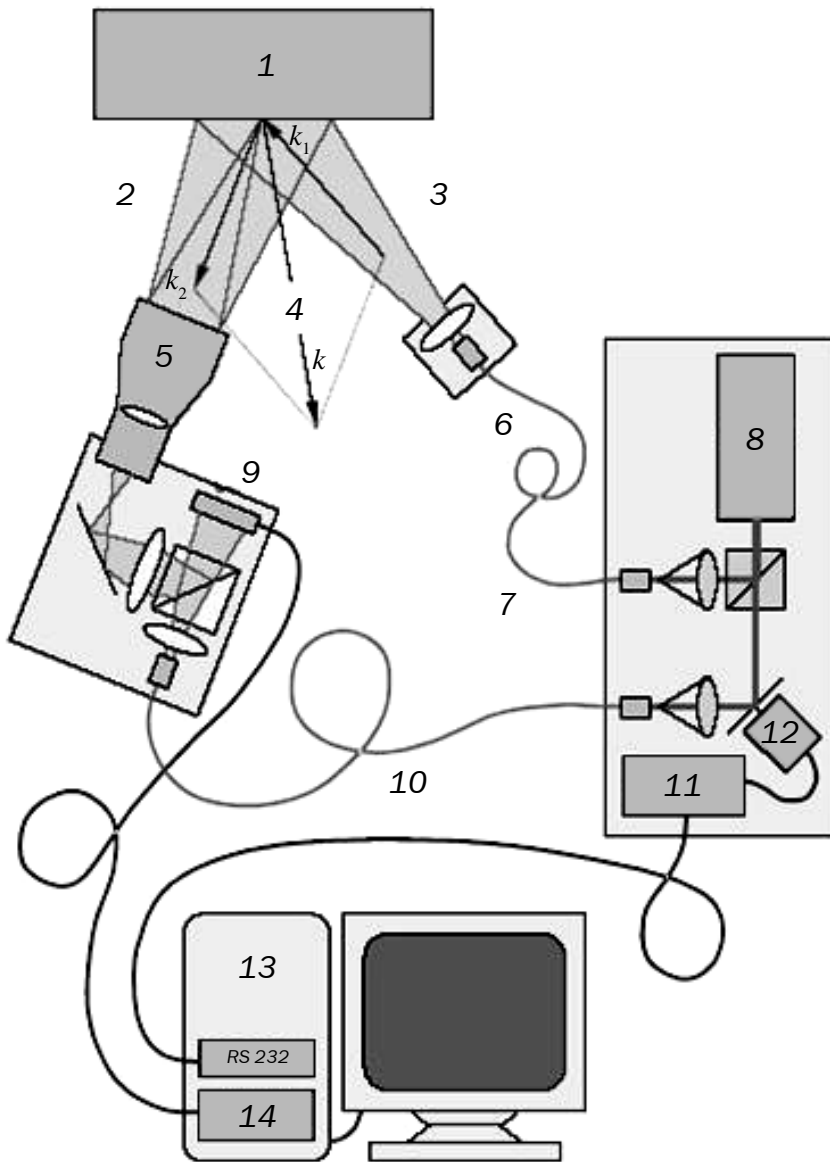


Рис. 3. Схема оборудования, использованного для ESPI измерений (по материалам Steinzig [14]): 1 — образец; 2 — предметный пучок; 3 — пучок подсветки; 4 — вектор чувствительности; 5 — объектив с увеличением; 6 — блок подсветки; 7 — оптоволоконна; 8 — лазер; 9 — ПЗС-камера; 10 — опорный пучок; 11 — фазовращатель; 12 — ПЭП; 13 — компьютер; 14 — блок захвата изображения

сверления отверстия в сочетании с ESPI (PRISM, American StressTechnologies, Cheswick, PA). Излучение когерентного (лазерного) источника разделяется на предметный и опорный пучки. Предметный пучок освещает поверхность образца, изображение которой формируется в ПЗС-матрице. Опорный пучок проходит через пьезоэлектрический фазовращатель и далее по оптоволоконному кабелю падает непосредственно на поверхность ПЗС-матрицы. Эти два пучка совмещаются на этой поверхности для формирования электронной спекл-структуры. Локальная фаза этой структуры определяется в каждой точке поверхности набором из четырех сдвинутых по фазе электронных спекл-структур [20]. Деформация измеряемой поверхности оценивается посред-

ством создания последовательного набора спекл-структур, сдвинутых по фазе, вычисления локальных фазовых углов и вычитания первоначальных измерений фазового угла. Для оптического устройства, показанного на рис. 3, фазовые изменения указывают на смещения поверхности в направлении биссектрисы угла, образованного предметным пучком, падающим на объект и отраженным от него. Это направление называется направлением вектора чувствительности.

Образец для данного исследования был изготовлен из стали StE355, поверхность образца была подвергнута дробеструйной обработке. Эта обработка деформировала поверхностный слой объекта, что создало равноосные сжимающие остаточные напряжения высокого уровня, локализованные вблизи поверхности матери-

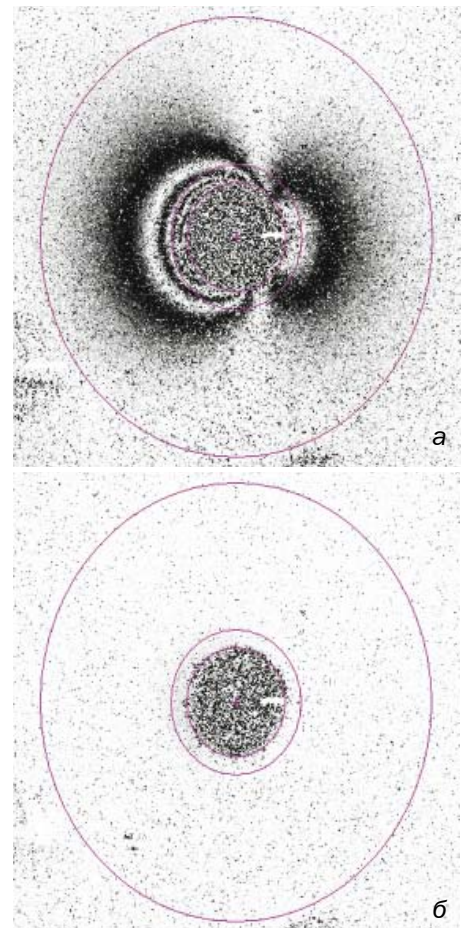


Рис. 4. Интерференционная картина для 16-го ESPI измерения: а — соотношенная с исходным измерением; б — соотношенная с предыдущим измерением

ла, и растягивающие напряжения небольшого уровня, распределенные во внутренних слоях для поддержания равновесия. Образец, обработанный дробью, был выбран потому, что он имеет значительный градиент напряжений вблизи поверхности и тем самым является подходящим тестовым объектом по оценке напряжения рассматриваемым методом.

В рассматриваемом примере по измерению остаточного напряжения для сверления отверстия была использована высокоскоростная (25000 мин^{-1}) электрическая сверлильная установка, установленная на прецизионное устройство подачи (не показано на рис. 3). Перед началом сверления на поверхности образца была измерена начальная фазовая карта ESPI. Дальнейшие фазовые карты ESPI были измерены после 16 последовательных сверлений с шагом по глубине 25 мкм. Как исключение, первое сверление было выполнено на глубину в 10 мкм. Диаметр отверстия был 1,59 мм ($1/16''$).

На рис. 4 представлена интерферограмма для последнего 16-го измерения ESPI. Это измерение было выполнено в течение одного часа после первого измерения поверхности перед началом сверле-

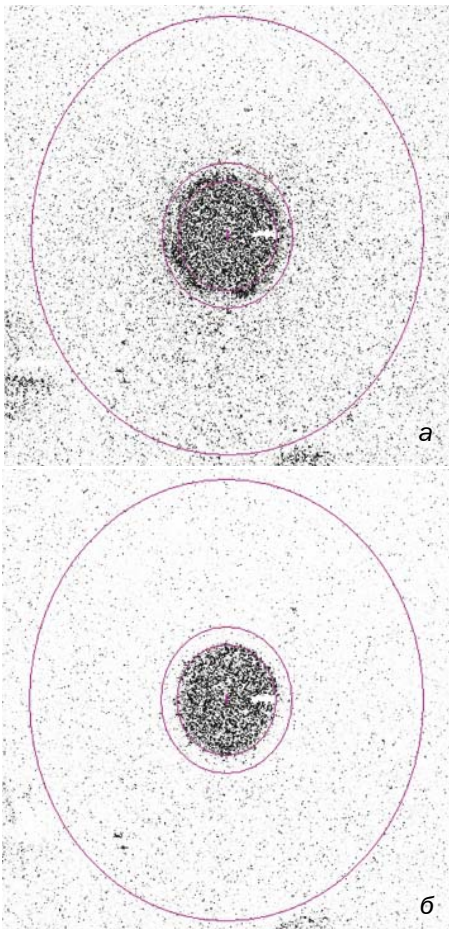


Рис. 5. «Невязки» для 16-го ESPI измерения: а — соотнесенные с исходным измерением; б — соотнесенные с предыдущим измерением

ния. На рис. 4а представлена интерферограмма для 16-го измерения ESPI относительно начального (нулевого) измерения ESPI. Центральный эллипс указывает на край отверстия. Эллиптическая форма появляется потому, что изображение круглого отверстия было получено не под прямым углом. Камера была установлена под углом 27°, чтобы обеспечить пространство для работы электрической дрели. Этот угол учитывался при расчете напряжений [22]. Между двумя внешними эллипсами заключены точки поверхности, используемые для расчета остаточного напряжения. Положение этих эллипсов было выбрано таким образом, чтобы исключить точки в непосредственной близости от края отверстия, которые, как правило, получают повреждения при выходе стружки из отверстия при сверлении, а также точки, которые находятся слишком далеко от отверстия, чтобы содержать достаточное количество полезных данных.

Рис. 4а показывает четкую интерференционную картину, расположенную на несколько зашумленном фоне. Этот шумовой фон характерен для измерений методами ESPI. На рис. 4б показана интерференционная картина для того же 16-го

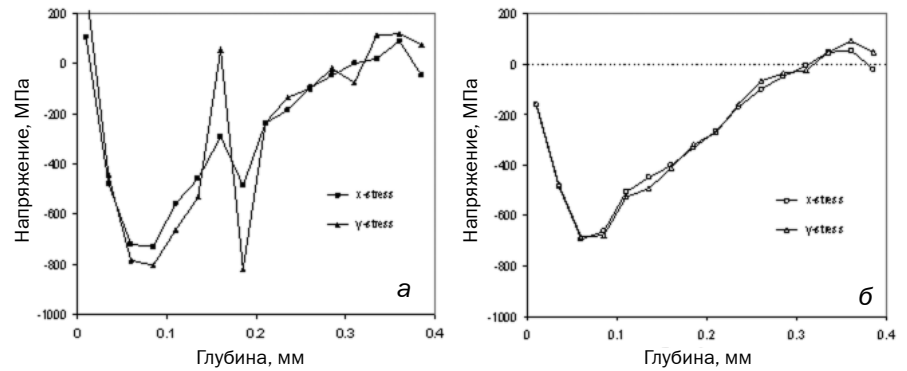


Рис. 6. Распределение остаточных напряжений по глубине: а — рассчитанное относительно исходных ESPI измерений; б — рассчитанное относительно предыдущих ESPI измерений

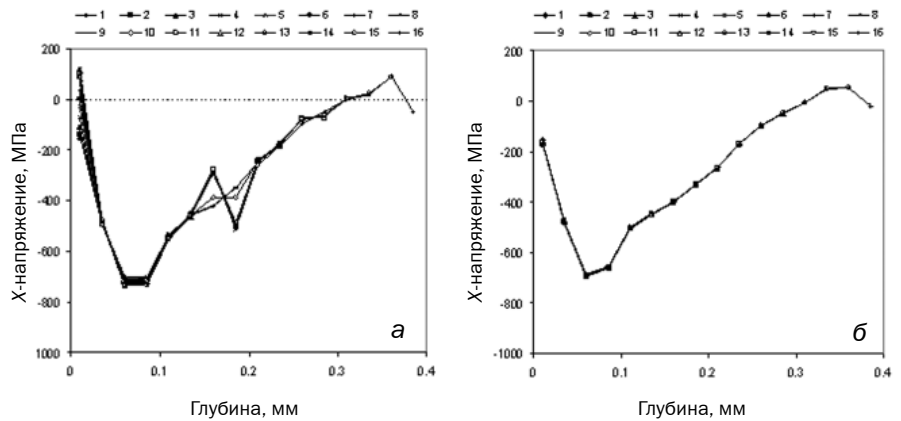


Рис. 7. Изменение остаточного напряжения по глубине, рассчитанное на основе первых 1, 2, 3, ... данных: а — рассчитанное с использованием исходных ESPI измерений; б — рассчитанное с использованием предыдущих ESPI измерений

измерения ESPI, но здесь она соотнесена с непосредственно предшествующим (15-м) измерением ESPI. Так как имела место очень незначительная деформация поверхности между 15-м и 16-м шагами сверления по глубине, интерференционная картина на рис. 4б едва заметна. Незначительность деформации не является проблемой, поскольку метод расчета может успешно реагировать на проявления малых деформаций. Однако такое заметное снижение уровня шума в данных примечательно тем, что оно улучшает качество интерферограмм ESPI и значительно снижает уровень погрешности при оценке остаточного напряжения.

Еще одним свидетельством низкого уровня шума в данных, полученных относительно результатов предыдущего этапа, можно увидеть на изображениях невязок для двух типов привязки данных. «Невязками» называются величины, получающиеся в результате вычитания теоретических данных, соответствующих вычисленным напряжениям (как описано ниже), из результатов измерения. В идеале измеренные и теоретические данные должны быть идентичны, т. е. чем меньше невязка, тем лучше. Рис. 5а по-

казывает невязку 16-го измерения ESPI относительно исходного нулевого измерения. На рисунке представлена картина искажений, похожая на изображение на рисунке 4а. Рис. 5б показывает картину искажений в случае, когда 16-е ESPI измерение соотносится с предшествующим измерением. Как и ожидалось, он показывает картину уменьшения шума, аналогичную представленной на рис. 4б.

На рис. 6а представлено распределение напряжений, рассчитанное по формуле (2) относительно первоначального измерения ESPI. Кривые показывают ожидаемые напряжения сжатия вблизи поверхности, причем X- и Y-напряжения примерно равны. Тем не менее, шум в измерениях вызвал существенные расхождения графиков, в частности, на 7-м и 8-м шагах по глубине. Скорее всего, это связано с незначительными ошибками развертки в соответствующих фазовых картах. Также представляет интерес отображение растягивающих напряжений в непосредственной близости от поверхности и различия между X- и Y-напряжениями. Рис. 6б показывает напряжения, рассчитываемые по формуле (6) при каждом ESPI измерении относительно предыдущего измере-

ния. Расчетные напряжения более реалистичны, они имеют более плавную тенденцию, на поверхности показаны напряжения сжатия, а X- и Y-напряжения близки по величине. Растягивающие напряжения на поверхности, приведенные на рис. 6а, вызваны большими недиагональными элементами в левом нижнем углу матрицы **G**, такими, как показано в уравнении (3). В процессе решения уравнения (2) методом наименьших квадратов эти большие элементы матрицы имеют соответственно больший вес, что искажает оценку приповерхностных напряжений за счет объемных напряжений. Матрица **D** является диагонально доминирующей и поэтому не отображает этот эффект при использовании в уравнении (6).

На рис. 7 приведена еще одна важная особенность использования привязки к предыдущему результату. На рис. 7а показаны результаты постепенно растущей серии расчетов X-напряжений по уравнению (2). Первый расчет ряда вычисляет только первое напряжение, используя первое измерения ESPI, второй вычисляет первые два напряжения, используя первые два ESPI измерения, и так далее до 16-го измерения. Эта последовательность показывает совокупное влияние объемных напряжений на расчет напряжений на поверхности. Видно, что напряжения на поверхности вычисляются достаточно реалистично только тогда, когда в расчет входят несколько напряжений внутренних областей, но напряжения становятся все более растягивающими, по мере дальнейшего влияния напряжений внутренних слоев. Кроме того, на рис. 7а является очевидным эффект шума в измерениях. В отличие от этого соответствующие результаты использования данных ESPI предыдущих этапов и уравнения (6) последовательно показывают сжимающие напряжения на поверхности и значительное снижение уровня шума.

Обсуждение

Рис. 4–7 ясно показывают значительное улучшение, которое достигнуто в расчете остаточных напряжений при использовании в ESPI метода данных предыдущего этапа вместо данных начального этапа. Практический вопрос: будет ли подобное улучшение достигнуто при выполнении традиционного измерения остаточного напряжения методом сверления отверстий с использованием датчиков деформации? В то время как существует большое сходство между сверлением отверстий с тензодатчиками и методом ESPI, есть и существенные различия. Важным отличием является то, что тензометрические измерения обеспечивают только минимально достаточное количество данных.

Избыточные данные отсутствуют, и таким образом решение уравнений (2) и (6) методом наименьших квадратов обеспечивает результаты с одной точностью. Кроме того, отсутствие избыточных данных не обеспечивает качественное преимущество использования данных предыдущего измерения. Также в ходе последовательных измерений с помощью тензодатчиков может возникнуть дрейф аппаратуры, влияющий на данные любого последовательного измерения.

Таким образом, нет никаких особых преимуществ или недостатков в использовании информации от предыдущего измерения при традиционном измерении с помощью сверления отверстия с применением тензометрических датчиков. Для сравнения, использование данных предыдущего измерения значительно улучшает среднее качество избыточных данных при использовании оптических методов, таких как ESPI, и это обеспечивает более сбалансированное использование этих данных.

Выводы

В данной работе обсуждается методика, в которой оптические данные, измеренные на каждом шаге в процессе постепенного удаления материала для измерения остаточных напряжений, соотносятся с данными до начала сверления. В процедуре, предложенной здесь, измерения и вычислительные подходы изменяются и модифицируются так, что напряжения оцениваются по измерению деформации на каждом этапе удаления материала. Это изменение дает два важных преимущества: первое — время между соответствующими парами оптических измерений сведено к минимуму, тем самым значительно повышено качество изображения и фазовой развертки, а второе — что соответствующее математическое соотношение между измеренной деформацией и остаточными напряжениями гораздо лучше обусловлено и дает более стабильные результаты. Например, измерение с помощью сверления отверстий в сочетании с методом ESPI демонстрирует существенное повышение качества измерений и улучшенную стабильность расчетов. Предлагаемый метод является эффективным, особенно при использовании оптических измерений, где есть большой избыток данных. Для измерений с использованием датчиков деформации, где обычно нет избыточных данных, в этом случае метод не дает ни преимуществ, ни недостатков.

Благодарности

Финансовая поддержка для этой работы осуществлялась *Natural Sciences and*

Engineering Research Council of Canada (NSERC), и American Stress Technologies Inc., Cheswick, штат Пенсильвания. Г-н Эн Антони любезно помогал с экспериментальной работой.

Литература

- Schajer G. S., Prime M. B. Use of Inverse Solutions for Residual Stress Measurements. — J. Eng. Mat. Techn. 2006. V. 128. No. 3. P. 375–382.
- Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gage Method / ASTM Standard Test Method E837-08. — West Conshohocken, PA: ASTM, 2008.
- Lu J. Handbook of Measurement of Residual Stresses. Chapter 2: Hole-Drilling and Ring Core Methods. — Lilburn, GA: Fairmont Press, 1996.
- Prime M. B. Residual Stress Measurement by Successive Extension of a Slot: The Crack Compliance Method. — Appl. Mechanics Rev. 1999. V. 52. No. 2. P. 75–96.
- Cheng W., Finnie I. Measurement of Residual Hoop Stress in Cylinders Using the Compliance Method. — J. Eng. Mat. Techn. 1986. V. 108. P. 87–92.
- Sachs G., Espey G. Measurement of Residual Stresses in Metal. — Iron Age. 1941. V. 148. Sept. 18. P. 63–71; Sept. 25. P. 36–42.
- Treuting R. G., Read W. T. A Mechanical Determination of Biaxial Residual Stress in Sheet Materials. — J. Appl. Phys. 1951. V. 22. No. 2. P. 130–134.
- Parker R. L. Geophysical Inverse Theory. — New Jersey: Princeton University Press, 1994.
- Schajer G. S. Strain Data Averaging for the Hole-Drilling Method. — Experimental Techniques. 1991. V. 15. No. 2. P. 25–28.
- Schajer G. S. Hole-Drilling Residual Stress Profiling with Automated Smoothing. — J. Eng. Mat. Techn. 2007. V. 129. No. 3. P. 440–445.
- Nelson D.V., McCrickerd J.T. Residual-stress Determination Through Combined Use of Holographic Interferometry and Blind-Hole Drilling. — Experimental Mechanics. 1986. V. 26. No. 4. P. 371–378.
- Dhaz F. V., Kaufmann G. H., Möller O. Residual Stress Determination Using Blind-hole Drilling and Digital Speckle Pattern Interferometry with Automated Data Processing. — Experimental Mechanics. 2001. V. 41. No. 4. P. 319–323.
- Steinzig M., Ponslet E. Residual Stress Measurement Using the Hole Drilling Method and Laser Speckle Interferometry: Pt I. — Experimental Techniques. 2003. V. 27. No. 3. P. 43–46.
- McDonach A., McKelvie J., MacKenzie P., Walker C. A. Improved Moiré Interferometry and Applications in Fracture Mechanics, Residual Stress and Damaged Composites. — Experimental Techniques. 1983. V. 7. No. 6. P. 20–24.
- Nicoletto G. Moiré Interferometry Determination of Residual Stresses in the Presence of Gradients. — Experimental Mechanics. 1991. V. 31. No. 3. P. 252–256.
- Wu Z., Lu J., Han B. Study of Residual Stress Distribution by a Combined Method of Moiré Interferometry and Incremental Hole Drilling. — J. Appl. Mechanics. 1998. V. 65. No. 4. P. 837–850.
- McGinnis M. J., Pessiki S., Turker H. Application of Three-dimensional Digital Image Correlation to the Core-drilling Method. — Experimental Mechanics. 2005. V. 45. No. 4. P. 359–367.
- Lord J. D., Penn D., Whitehead P. The Application of Digital Image Correlation for Measuring Residual Stress by Incremental Hole Drilling. — Appl. Mechanics and Materials. 2008. V. 13–14. P. 65–73.
- Dahlquist G., Björck E., Anderson N. Numerical Methods. — Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1974.
- Sirohi R. S. Speckle Metrology. — New York: Marcel Dekker, 1993.
- Schajer G. S. Measurement of Non-Uniform Residual Stresses Using the Hole-Drilling Method. — J. Eng. Mat. Techn. 1988. V. 110. No. 4. P. 338–349.
- Schajer G. S., Steinzig M. Full-Field Calculation of Hole-Drilling Residual Stresses from ESPI Data. — Experimental Mechanics. 2005. V. 45. No. 6. P. 526–532.

Статья получена 14 января 2013 г., в окончательной редакции — 6 мая.